FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS

Presentación de curso de posgrado

<table>
<tr><td>Año</td><td colspan="2">2023</td><td colspan="2">Semestre</td><td colspan="2">Primer semestre</td></tr>
<tr><td colspan="7">Indique la denominación del curso (actividad curricular)</td></tr>
<tr><td colspan="7">Teoría de perturbaciones para haces de matrices</td></tr>
<tr><td colspan="7">Especificación clara si se lo considera válido para cubrir exigencias del Doctorado</td></tr>
<tr><td colspan="7">En virtud del nivel de los contenidos del programa y de la carga horaria propuesta, se lo considera válido para cubrir exigencias del Doctorado de la Fac. de Cs. Exactas.</td></tr>
<tr><td colspan="7">Indique el/las área/s de Doctorado para las que el curso es dirigido</td></tr>
<tr><td>Cs. Biológicas</td><td></td><td>Física</td><td>X</td><td colspan="2">Ciencias Ambientales</td><td></td></tr>
<tr><td>Química</td><td></td><td>Matemática</td><td>X</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td colspan="7">Indique si el curso es o forma parte de una materia de grado. Especifique.</td></tr>
<tr><td colspan="7">Este curso también será ofrecido como curso optativo de grado para la Licenciatura en Matemática.</td></tr>
<tr><td colspan="7">Profesor responsable (indicando cargo docente y/o investigación y las horas que participa del dictado de clases)</td></tr>
<tr><td colspan="7">Dr. Francisco Martínez Pería, profesor adjunto DE, 6 hs. semanales</td></tr>
<tr><td colspan="7">Docentes participantes (indicando cargo docente y/o investigación y las horas que participa del dictado de clases)</td></tr>
<tr><td colspan="7">Dr. Francisco Martínez Pería, profesor adjunto DE, 6 hs. semanales</td></tr>
<tr><td colspan="3">Característica del curso (Teórico, práctico, teórico-práctico, etc)</td><td colspan="4">Teórico y práctico. Se dictarán dos clases teóricas por semana (de aprox. dos horas cada una). Además, se dedicarán dos horas semanales adicionales para consultas sobre la ejercitación pertinente.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Modalidad del curso (presencial, a distancia, combinada). Indicar en porcentaje el dictado a distancia.</td><td colspan="4">Presencial, 100%</td></tr>
<tr><td colspan="3">Carga horaria semanal</td><td colspan="4">6 hs. semanales</td></tr>
<tr><td colspan="3">Duración total en horas (distinguir horas de teoría, práctica, teoría/práctica, presencial y a distancia)</td><td colspan="4">64 hs. de teoría, presenciales
32 hs. de trabajos prácticos, presenciales</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="6">Tipo de evaluación y requisitos de aprobación (máx. 2000 caracteres). Si la evaluación no es presencial indicar los instrumentos y soportes que se emplearán para evaluar los aprendizajes y competencias de los/as alumnos/as.</td></tr>
<tr><td colspan="6">La evaluación de los trabajos prácticos se realizará mediante la corrección de ejercicios seleccionados, los cuales deberán ser entregados por los alumnos en el trascurso del semestre.
Para la evaluación final, cada alumno deberá presentar un trabajo final en el cual desarrollará algún capítulo del texto que no haya sido expuesto en las clases o algún paper relacionado con los temas del curso. Se propone realizar un seminario al finalizar el semestre, donde cada alumno expondrá el trabajo final antes mencionado.</td></tr>
<tr><td colspan="6">Ámbito o lugar de desarrollo (Instituto, Centro, Laboratorio, cátedra, aula, etc). Si hay más de uno indicar cuántas horas en c/u y qué actividades se desarrollarán en cada lugar</td></tr>
<tr><td colspan="6">Centro de Matemática de La Plata (CMaLP)</td></tr>
<tr><td>Comienzo del dictado</td><td colspan="2">Marzo de 2023</td><td>Cupo de alumnos/as</td><td colspan="2">15 alumnos</td></tr>
<tr><td colspan="6">Breve descripción de los contenidos y su vinculación con los objetivos de la carrera (máx. 1000 caracteres)</td></tr>
<tr><td colspan="6">El objetivo de este curso es presentar con claridad y sencillez la forma canónica de Kronecker de haces de matrices, para la relación de equivalencia estricta, y sus aplicaciones al estudio de perturbaciones de haces de matrices.
Consideramos que el curso será de utilidad para los matemáticos, ingenieros, físicos, químicos, economistas, y otros científicos que estudian sistemas de ecuaciones algebraico-diferenciales lineales con control, los cuales muchas veces necesitan una introducción accesible, pero a la vez rigurosa, sobre la forma de Kronecker.
Una vez descripta la forma canónica de Kronecker, nos proponemos estudiar la variación de ésta ante perturbaciones aditivas de rango pequeño.</td></tr>
<tr><td colspan="6">Arancelamiento</td></tr>
<tr><td>NO</td><td>X</td><td>SÍ</td><td></td><td>Monto</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Destino de los fondos</td><td colspan="2">No corresponde</td></tr>
<tr><td colspan="4">Mecanismo de pago y administrador de fondos</td><td colspan="2">No corresponde</td></tr>
</table>

Describir los objetivos del curso (máx. 2000 caracteres)
Como ya mencionamos anteriormente, el objetivo de este curso es presentar forma canónica de Kronecker para haces de matrices y sus aplicaciones al estudio de perturbaciones de haces de matrices.

Indicar los contenidos del curso (máx. 2000 caracteres)
La primera parte del curso estará basado en el libro “Forma canónica de Kronecker” de J. M. Gracia Melero y L. Ortiz de Elguea Ugartondo; y también en el segundo volumen del clásico “Matrix theory” de F. R. Gantmacher. Comenzaremos con una introducción a los haces de matrices y con algunas nociones de polinomios en varias variables, estas últimas las utilizaremos para determinar los factores invariantes homogéneos de un haz de matrices dado. Luego distinguiremos entre haces regulares y singulares, con el fin de presentar formas canónicas para cada una de estas clases. Por un lado, la forma canónica para un haz de matrices regular, bajo la equivalencia estricta, es la denominada forma de Weierstrass y describe completamente a la clase de equivalencia del haz a partir de los factores invariantes homogéneos que mencionamos más arriba. Por otra parte, la clase de equivalencia de un haz regular no puede describirse sólo con los factores invariantes homogéneos, sino que es necesario utilizar también la noción de índices minimales. En estos términos se obtiene la forma canónica de Kronecker de un haz singular. En la segunda parte del curso desarrollaremos la teoría de perturbaciones (aditivas) de rango pequeño, para un haz de matrices dado. En primer lugar, presentaremos el enfoque desarrollado por M. Dodig, M. Stosic, I. Baragaña y A. Roca en distintos trabajos recientes, el cual presenta condiciones necesarias y suficientes para la existencia de soluciones al problema de perturbaciones en función de la idea de mayorización de las sucesiones de invariantes. Luego, haremos una breve introducción a la teoría de relaciones lineales, con el fin de presentar un enfoque diferente y novedoso, desarrollado por C. Trunk y colaboradores.

Si corresponde, describir las actividades prácticas previstas, indicando lugar donde se desarrollarán, modalidad de supervisión y modalidades de evaluación (máx. 2000 caracteres).
Los trabajos prácticos consistirán en la resolución de una serie de guías de ejercicios, extraídas de la bibliografía correspondiente.
Si el curso incluye horas a distancia indicar las previsiones metodológicas y pedagógicas, las actividades que se realizarán en las horas presenciales y en las virtuales y el modo en que se articularán, las interacciones docente-estudiantes y estudiantes-estudiantes previstas, y los mecanismos de seguimiento, supervisión y evaluación de esas actividades.
No corresponde

Contacto con el responsable	
Lugar de Trabajo	Departamento de Matemática 50 esq. 115
Teléfono	422-9850 (int. 113)
Correo electrónico	francisco@mate.unlp.edu.ar

Firmas del/los responsable/s

TEORÍA DE PERTURBACIONES PARA HACES DE MATRICES

Programa

- **Capítulo I: Algunos preliminares algebraicos.** Elementos notables de un anillo. Máximo común divisor. Invariantes de la equivalencia en un dominio de factorización única. Polinomios en varias indeterminadas. Polinomios homogéneos, sustitución lineal de indeterminadas. Matrices polinómicas. Espacios vectoriales racionales: bases polinómicas y minimales.
- **Capítulo II: Introducción a los haces de matrices.** Haces regulares. Factores invariantes homogéneos. Caracterización de la equivalencia estricta. Divisores elementales homogéneos. Forma canónica de Weierstrass.
- **Capítulo III: Haces singulares.** Teorema de reducción. Índices minimales de Kronecker. Forma canónica de un haz singular.
- **Capítulo IV: Invariantes por rangos.** Particiones de enteros, particiones conjugadas. Mayorización de vectores. Característica de Segré de un haz de matrices. Característica de Weyr de un haz de matrices.
- **Capítulo V: Perturbaciones aditivas de rango pequeño.** Planteo del problema de perturbaciones. Resultados conocidos para haces regulares. Breve introducción a las relaciones lineales. Característica de Segré y de Weyr para una relación lineal. Representación rango y representación núcleo de un haz de matrices. Resultados conocidos para perturbaciones más generales.

Referencias

[1] I. Baragaña, M. Dodig, A. Roca, and M. Stošić, *Bounded rank perturbations of regular pencils over arbitrary fields*, Linear Algebra Appl. 601 (2020), 180–188.

[2] T. Berger, H. Gernandt, C. Trunk, H. Winkler, and M. Wojtylak, *The gap distance to the set of singular matrix pencils*, Linear Algebra Appl. 564 (2019), 28–57.

[3] F. De Terán and F. Dopico, *Low rank perturbation of Kronecker structures without full rank*, SIAM J. Matrix Anal. Appl. 29 (2007), 496–529.

[4] F. De Terán and F. Dopico, *Generic change of the partial multiplicities of regular matrix pencils under low-rank perturbations*, SIAM J. Matrix Anal. Appl. 37 (2016), 823–835.

[5] F. De Terán, F. Dopico, and J. Moro, *Low rank perturbation of Weierstrass structure*, SIAM J. Matrix Anal. Appl. 30 (2008), 538–547.

[6] M. Dodig and M. Stošić, *The general matrix pencil completion problem: a minimal case*, SIAM J. Matrix Anal. Appl. 40 (2019), 347–369.

[7] M. Dodig and M. Stošić, *Rank one perturbations of matrix pencils*, SIAM J. Matrix Anal. Appl. 41 (2020), 1889–1911.

[8] F. R. Gantmacher, *Matrix theory*, vols. I and II. Chelsea, New York, 1974.

[9] H. Gernandt and C. Trunk, *Eigenvalue placement for regular matrix pencils with rank one perturbations*, SIAM J. Matrix Anal, Appl, 38 (2017), 134–154.

[10] N. Karcanias and G. Kalogeropoulos, *On the Segré, Weyr characteristics of right (left) regular matrix pencils*, International Journal of Control 44 (1986), 991–1015.

[11] N. Karcanias and G. Kalogeropoulos, *Right, left characteristic sequences and column, row minimal indices of a singular pencil*, International Journal of Control 47 (1988), 937–946.

[12] L. Leben, F. Martínez Pería, F. Philipp, C. Trunk, and H. Winkler, *Finite Rank Perturbations of Linear Relations and Matrix Pencils*, Complex Anal. Oper. Theory (2021), DOI:10.1007/s11785-021-01082-x

[13] H. Gernandt, F. Martínez Pería, F. Philipp, and C. Trunk, *On characteristic invariants of matrix pencils and linear relations*, arXiv:2203.08296

[14] I. Zaballa, *Interlacing inequalities and control theory*, Linear Algebra Appl. 101 (1988), 9–31.